

計算物理学2 第5回レポート課題

Lorenz 方程式は空気の対流を表す方程式をモデル化したもので以下の連立非線形一階微分方程式で与えられる。

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -xz + rx - y, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz. \quad (3)$$

$x(t), y(t), z(t)$ を Euler 法または 4 次の Runge-Kutta 法で解き、その軌跡 $(x(t), y(t), z(t))$ の描く曲線) を図示せよ。パラメータは $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ とし、 $t = 0$ での初期条件 $x(0), y(0), z(0)$ はゼロ以外の値で適当に選んで良い。

作成したプログラムと図を印刷して提出してください。

■ ヒント

- (1),(2),(3) 式の右辺をそれぞれ $f_1(x, y, z, \sigma), f_2(x, y, z, r), f_3(x, y, z, b)$ などとして、連立させて解きます。Runge-Kutta 法の場合は第 11 回の講義資料 3. 二階常微分方程式を参考にしてください。講義資料では 2 つの関数を連立させていますが、これを 3 つに拡張します。計算する順番を間違えないようにしてください。また、 x は講義資料では変数ですが、このレポート問題では x は関数で変数は t です。
- ローレンツ・アトラクタと呼ばれる図形を描きます (インターネットで検索してみてください)。Euler 法や Runge-Kutta 法のステップサイズ h や t をどこまで解くかはきれいな図形がかけられるように適当に決めてください。
- 軌跡を書くための出力は t と $x(t), y(t), z(t)$ の値を出すようにしておくといよいでしょう。例えば `PRINT *, t, x, y, z` などとします。
- gnuplot で 2 次元平面に射影した軌跡を書くには、ファイルの 2 列目、3 列目、4 列目にそれぞれ $x(t), y(t), z(t)$ の値が入っている場合、
`plot "ファイル名" using 2:3 w l`
とすると xy 平面に射影した軌跡が表示されます。using 2:4 だと xz 平面への射影になります。
- 3 次元空間での軌跡を立体的にプロットするには
`splot "ファイル名" using 2:3:4 w l`
とします。set view コマンドで視点を変えることもできます。
`set view 60,30`
などを実行したあと splot を実行します。set view の 1 つ目の数字は x 軸周りの回転角 (deg)、二つ目は 1 つめの回転のあとの z 軸周りの回転角 (deg) です。