

2022 年度計算物理学 II 第 2 回レポート課題

Fortran/C によるプログラミング

ver. 2022/11/18

提出締切：2022 年 12 月 16 日 (金)

■注意事項

- manaba で一つの pdf ファイルとして提出してください。
- 作成した Fortran または C のプログラム、それ以外の言語で行った場合はそのプログラム (1 つのプログラムで (2)-(5) すべての答えが出せるようにしてください) と問の答えをまとめてください。
- レポートは TeX で作成するのが簡単かと思います。また、プログラムを TeX に貼り付ける時は verbatim 環境を使います。(¥は\に置き換えてください)

¥begin{verbatim}

プログラムをコピー&ペースト

一行が長いプログラムは右側で切れてしまうので適宜改行するようにしてください。

¥end{verbatim}

- TeX を使いたくない人は Word などで作っても構いませんが一つの pdf ファイルにしてください。(1) は手書きしたものをスキャンしても構いません。

(1)

$P_n(x)$ は n 次多項式で $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, 残りは漸化式

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x) \quad (n \geq 1) \quad (1)$$

を満たす。この多項式を一般的に

$$P_n(x) = \sum_{l=0}^n a_{n,l} x^l \quad (2)$$

と書いたとき、 $P_0(x), P_1(x), P_2(x), P_3(x), P_4(x), P_5(x)$ の値から $a_{n,l}$ ($0 \leq n \leq 5, 0 \leq l \leq n$) の値を手計算で求めよ。また、式 (1) を係数 $a_{n,l}$ が満たす漸化式に書き直せ。

(2) 係数が満たす漸化式を用いて $a_{n,l}$ を求めるプログラムを作成し、 $P_5(x)$ までの係数値を出力し、(1) で求めた手計算と比較して値を正しく計算できていることを示せ。

(3) (2) で作成したプログラムを使って $P_{32}(x)$ の x^{16} の係数である $a_{32,16}$ の値を求めよ。

(4) $P_n(x)$ は

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k (2n-2k)!}{(n-k)! k! (n-2k)!} x^{n-2k} \quad (3)$$

と書けることがわかっている。 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ はガウス記号で、この値を超えない最大の整数を表す。つまり n が偶数のときは $n/2$ で、 n が奇数のときは $(n-1)/2$ 式 (3) を用いて直接 $a_{n,l}$ を計算するプログラムを作成し、 $P_5(x)$ までの係数値が正しく計算できていることを示せ。

(5) 式 (3) から求めた $a_{32,16}$ の値が漸化式 (1) から求めた値と一致することを示せ。

ヒント

- $P_n(x)$ は Legendre(ルジャンドル) 多項式と呼ばれており、Wikipedia には $P_{10}(x)$ までの具体的な表式が掲載されています。(<https://ja.wikipedia.org/wiki/ルジャンドル多項式>) ただしレポート問題文に書かれていない Legendre 多項式の性質を使う必要はありません。
- $a_{n,l}$ に対応する 2 次元配列を用意して、順番に値を埋めていく方法でもよいですし、漸化式を再帰関数で書いてプログラムを作成してもよいです。再帰関数は何度も呼ばれるので計算時間が長くなります。
- 配列を使って代入文を書くときは、用いる配列のインデックスが宣言された範囲内に収まっているかよく確認してください。
- 階乗は大きな数となるので 4 バイトの整数では書けません (第 5 回演習問題 (3))。実数を使います。倍精度実数でも最大で 10^{308} 程度までですのでこれを超える可能性がある場合は計算途中の値が大きくなりすぎないように工夫が必要です。
- プログラムで最終結果以外は出力してはならない、ということはありません。計算結果がおかしいときは計算途中の変数の値や、代入文の右辺の各項の値が想定通りかどうかを出力して確認してください。