

2021 年度計算物理学 II 第 2 回レポート課題

Fortran/C によるプログラミング

ver. 2021/11/28

提出締切：2021 年 12 月 13 日 (月)

■注意事項

- manaba で一つの pdf ファイルとして提出してください。
- 作成した Fortran または C のプログラム、それ以外の言語で行った場合はそのプログラム (1 つのプログラムで (2)-(5) すべての答えが出せるようにしてください) と問の答えをまとめてください。
- レポートは TeX で作成するのが簡単かと思います。また、プログラムを TeX に貼り付ける時は verbatim 環境を使います。

`¥begin{verbatim}`

プログラムをコピー&ペースト

一行が長いプログラムは右側で切れてしまうので適宜改行するようにしてください。

`¥end{verbatim}`

- TeX を使いたくない人は Word などで作っても構いませんが一つの pdf ファイルにしてください。(1) は手書きしたものをスキャンしても構いません。

Legendre(ルジャンドル) 多項式は Legendre の微分方程式を満たす多項式解であり、 $P_n(x)$ で表される。

(1)

$P_n(x)$ は n 次多項式で $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$, 残りは漸化式

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x) \quad (n \geq 1) \quad (1)$$

を満たす。この多項式を一般的に

$$P_n(x) = \sum_{l=0}^n a_{n,l} x^l \quad (2)$$

と書いたとき、係数 $a_{n,l}$ が満たす漸化式を書け。

(2) 係数の満たす漸化式から $a_{n,l}$ を求めるプログラムを作成し、 $P_5(x)$ までの係数値を出力し、手計算または Wikipedia などと比較して値を正しく計算できていることを示せ。

(3) $P_{32}(x)$ の x^{16} の係数である $a_{32,16}$ の値を求めよ。

(4) $P_n(x)$ は

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k (2n-2k)!}{(n-k)! k! (n-2k)!} x^{n-2k} \quad (3)$$

と書けることがわかっている。 $(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor)$ はガウス記号で、この値を超えない最大の整数を表す。つまり n が偶数のときは $n/2$ で、 n が奇数のときは $(n-1)/2$ この式から直接 $a_{n,l}$ を求めるプログラムを作成し、 $P_5(x)$ 程度までの係数値が正しく計算できていることを示せ。

(5) 式 (3) から求めた $a_{32,16}$ の値が漸化式 (1) から求めた値と一致することを示せ。

ヒント

- Wikipedia には $P_{10}(x)$ までの Legendre 多項式の具体的な表式が掲載されています。
(<https://ja.wikipedia.org/wiki/ルジャンドル多項式>)
- 漸化式は再帰関数で書いてもいいですし、 $a_{n,l}$ に対応する 2 次元配列を用意して値を埋めていく方法も考えられます。再帰関数は何度も呼ばれるので計算時間が長くなります。
- 階乗は大きな数となるので 4 バイトの整数では書けません。実数を使います。倍精度実数でも最大で 10^{308} 程度までですのでこれを超える可能性がある場合は計算途中の値が大きくなりすぎないように工夫が必要です。